

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO

C.d.L. in INGEGNERIA GESTIONALE

Ricerca Operativa

17 Ottobre 2007

Prof. Saverio Salerno

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\max 2x_1 + 3x_2,$$

$$-2x_1 + x_2 \leq 3,$$

$$-\frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 6,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

- (a) Risolvere il problema graficamente.
- (b) costruire il duale del problema e risolverlo graficamente. Esiste un evidente legame tra le soluzioni del primale e del duale. Quale?
2. Data una soluzione ammissibile di base  $\bar{x} = (1, 2, 1, 0, 0)^T$  con valore della funzione obiettivo pari a 7, siano  $\gamma_1 = 3 + h$  e  $\gamma_2 = 2$  i costi ridotti associati alle variabili fuori base  $x_4$  e  $x_5$ . Determinare il valore del parametro  $h$  per cui la soluzione ammissibile  $\hat{x} = (0, 1, 0, 2, 2)^T$  ha valore 5.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO  
C.d.L. in INGEGNERIA GESTIONALE  
Esame di Ricerca Operativa  
15 Febbraio 2008  
Prof. Saverio Salerno

D

1. Determinare la forma canonica del seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \min \quad & -x_1 + \frac{5}{2}x_2, \\ & 2x_1 - 2x_2 \geq 7, \\ & 2x_1 \leq 7, \\ & -2x_2 \leq 7. \end{aligned}$$

2. Risolvere il seguente problema di programmazione lineare con il metodo del simplesso:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + 2x_2, \\ & x_1 + 3x_2 \geq 11, \\ & 2x_1 + x_2 \geq 9, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO  
C.d.L. in INGEGNERIA GESTIONALE  
Esame di Ricerca Operativa  
15 Febbraio 2008  
Prof. Saverio Salerno

E

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \min & 4x_1 - x_2, \\ & x_1 + x_2 \leq 6, \\ & x_1 - x_2 \geq 3, \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 2, \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

- a) Risolvere graficamente il problema assegnato;  
b) scrivere il duale del problema di programmazione.
2. Risolvere graficamente il problema duale trovato nell'esercizio precedente.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO  
C.d.L. in INGEGNERIA GESTIONALE  
Esame di Ricerca Operativa  
28 Febbraio 2008  
Prof. Saverio Salerno

1. Determinare la soluzione del seguente problema di programmazione lineare applicando il metodo del simplesso:

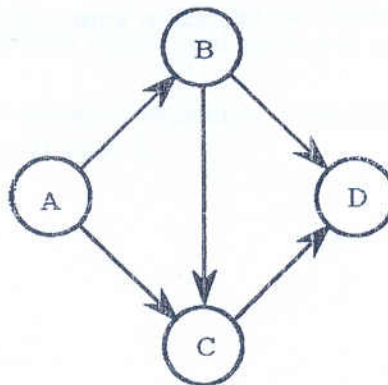
$$\begin{aligned} \max & 2x_1 + 3x_2, \\ & -2x_1 + x_2 \leq 3, \\ & -\frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 6, \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

2. Si consideri il problema  $P$  di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \min & x_1 + 3x_2, \\ & x_1 + 4x_2 \geq 24, \\ & 5x_1 + x_2 \geq 25, \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

- (a) Determinare graficamente la soluzione del problema assegnato;  
(b) Formulare il problema duale  $D$  associato a  $P$ ;  
(c) risolvere graficamente il problema  $D$ , verificando che i valori delle funzioni obiettivo di  $P$  e  $D$ , calcolati nelle rispettive soluzioni ottime, sono coincidenti.

3. Numerare topologicamente i nodi del seguente grafo:



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI SALERNO  
C.d.L. in INGEGNERIA GESTIONALE

Ricerca Operativa  
28 Luglio 2008  
Prof. Saverio Salerno

1. Si applichi il metodo del simplesso al seguente problema di PL:

$$\begin{aligned} \max & 2x_1 + 3x_2, \\ & -2x_1 + x_2 \leq 3, \\ & -\frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 6, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

2. Si consideri il problema di PL:

$$\begin{aligned} \max & x_1 + x_2 + 2x_3, \\ & x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 2, \\ & x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_5 = 4, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

- a) si stabilisca se il punto  $\bar{x} = (0, 0, 1, 0, 2)^T$  è una soluzione ammissibile di base ottima, calcolando i coefficienti di costo ridotto;
- b) nell'ipotesi che la soluzione sia ottima, si stabilisca se è unica.
3. Sia  $x^* = (1, 1, 0, 0)^T$  una soluzione di base ammissibile per un problema di programmazione lineare e sia  $(\gamma_1, \gamma_2) = (-1, 0)$  il vettore dei costi ridotti associato alle variabili fuori base  $x_3$  e  $x_4$ . Se il valore della funzione obiettivo in  $x^*$  è pari a 12, ovvero  $c^T x^* = 12$ , dire qual è il valore della funzione obiettivo nel punto ammissibile  $\bar{x} = (2, 3, 2, 2)^T$ .



**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI SALERNO**  
**C.d.L. in INGEGNERIA GESTIONALE**  
**Ricerca Operativa**  
**15 Settembre 2008**  
**Prof. Saverio Salerno**

1. Data una soluzione ammissibile di base  $\bar{x} = (1, 2, 1, 0, 0)^T$  con valore della funzione obiettivo pari a 7, siano  $\gamma_1 = 3 + h$  e  $\gamma_2 = 2$  i costi ridotti associati alle variabili fuori base  $x_4$  e  $x_5$ . Determinare il valore del parametro  $h$  per cui la soluzione ammissibile  $\hat{x} = (0, 1, 0, 2, 2)^T$  ha valore 5.
2. Determinare la soluzione del seguente problema di programmazione lineare intera con l'algoritmo del branch and bound:

$$\begin{aligned}
 &\max 3x_1 + 4x_2, \\
 &2x_1 + x_2 \leq 6, \\
 &2x_1 + 3x_2 \leq 9, \\
 &x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 \text{ e } x_2 \text{ interi.}
 \end{aligned}$$

3. Sia dato un grafo orientato  $G(V, E)$  caratterizzato da 8 nodi ( $V = \{s, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ) e 13 archi. A ciascun arco è associato un costo secondo le seguenti tabelle:

Arco	(s, 1)	(s, 2)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(2, 4)	(3, 5)
Costo	1	4	2	4	1	4	6

Arco	(3, 6)	(4, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 7)	(7, 5)
Costo	1	1	5	9	1	2

- a) Disegnare il grafo  $G(V, E)$ ;
- b) determinare l'albero dei cammini minimi dal nodo  $s$  al nodo 4, applicando l'algoritmo di Dijkstra.;
- c) precisare se, rispondendo al quesito precedente, è possibile stabilire qual è l'albero dei cammini minimi dal nodo  $s$  al nodo 2.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO  
C.d.L. in INGEGNERIA GESTIONALE  
Esame di Ricerca Operativa  
25 Gennaio 2008  
Prof. Saverio Salerno

A

Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + 2x_2, \\ & x_1 + 3x_2 \geq 11, \\ & 2x_1 + x_2 \geq 9, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

1. Risolvere il problema graficamente;
2. verificare che la soluzione trovata graficamente coincide con quella che si ottiene utilizzando il metodo del simplesso.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO  
C.d.L. in INGEGNERIA GESTIONALE  
Esame di Ricerca Operativa  
25 Gennaio 2008  
Prof. Saverio Salerno

C

Risolvere il seguente problema di PL con il metodo del simplesso:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 9x_2 + x_3, \\ & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 9, \\ & 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 15, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO  
C.d.L. in INGEGNERIA GESTIONALE  
Esame di Ricerca Operativa  
25 Gennaio 2008  
Prof. Saverio Salerno

B

Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \min & -x_1 + x_2, \\ & x_1 + x_2 \geq 0, \\ & 2x_2 \leq 3, \\ & 2x_1 \leq 5. \end{aligned}$$

1. Risolvere il problema graficamente;
2. nell'ipotesi in cui le variabili  $x_1$  e  $x_2$  siano intere, determinare la soluzione del problema mediante l'algoritmo del branch and bound.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO  
C.d.L. in INGEGNERIA GESTIONALE  
Esame di Ricerca Operativa  
25 Gennaio 2008  
Prof. Saverio Salerno

D

Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \min \quad & -x_1 + \frac{5}{2}x_2, \\ & 2x_1 - 2x_2 \geq 7, \\ & 2x_1 \leq 7, \\ & -2x_2 \leq 7. \end{aligned}$$

1. Risolvere il problema di programmazione lineare graficamente;
2. determinare la forma canonica del problema di programmazione assegnato.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO  
C.d.L. in INGEGNERIA GESTIONALE  
Esame di Ricerca Operativa  
25 Gennaio 2008  
Prof. Saverio Salerno

E

Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \min x_2, \\ x_1 + x_2 \geq 0, \\ -8x_1 + 6x_2 \geq 21, \\ 2x_2 \leq 7. \end{aligned}$$

1. Risolvere graficamente il problema assegnato;
2. scrivere il duale del problema di programmazione.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO  
C.d.L. in INGEGNERIA GESTIONALE  
Esame di Ricerca Operativa  
15 Febbraio 2008  
Prof. Saverio Salerno

B

1. Determinare algebricamente tutti i vertici del poliedro:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 3, \\ 3x_1 + x_2 \leq 4, \\ 4x_1 + x_2 \leq 5, \\ 5x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2. Dato il problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \min & -4x_1 + 9x_3 + 12x_4 - 5x_5 + 7x_6, \\ & x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + 2x_6 = 3, \\ & x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 + 2x_6 = 6, \\ & -x_1 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 + x_6 = 5, \\ & x \geq 0, \end{aligned}$$

si verifichi che le variabili  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  individuano una base ottima.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO  
C.d.L. in INGEGNERIA GESTIONALE  
Esame di Ricerca Operativa  
15 Febbraio 2008  
Prof. Saverio Salerno

C

1. Sia dato il seguente poliedro:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x_1 - x_2 \geq 2, \\ x_2 + x_3 = 4, \\ x_2 + x_4 = 11, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

Spiegare perchè le seguenti affermazioni sono errate:

- a) il punto  $(12, 4, 0, 7)^T$  non è ammissibile;
  - b) il punto  $(12, 4, 0, 7)^T$  è vertice;
  - c) il punto  $(14, 5, -1, 6)^T$  non è ammissibile;
  - d) il punto  $(4, 0, 4, 11)^T$  è vertice.
2. Determinare la soluzione del seguente problema di programmazione lineare intera con l'algoritmo del branch and bound:

$$\begin{aligned} \min & -x_1 + x_2, \\ & x_1 + x_2 \geq 0, \\ & 2x_2 \leq 3, \\ & 2x_1 \leq 5, \\ & x_1 \text{ e } x_2 \text{ interi.} \end{aligned}$$