FUNZIONAMENTO DELLE MACCHINE DINAMICHE

Ipotesi:

- Trasformazioni adiabatiche
- Flussi monodimensionali
- Flussi stazionari

Macchine motrici ($L>0$) sottrazione di energia al fluido per trasferire lavoro esternamente

Macchine operatrici ($L<0$) cessione di energia a fluido attraverso un lavoro esterno

tutte le grandezze costanti x ogni sezione

$\frac{\partial}{\partial t}=0$; non vi è accumulo di massa o energia nei volumi di controllo

LIMITE dell'ipotesi:
Per far girare le pale di una turbina (quindi farle accelerare) è necessaria, in una stessa sezione, una differenza di pressione ai due lati della pala, ottenibile con una differenza di velocità

Velocità non + costante nella sezione

Δp genera forza che crea momento e accelera pale

LIMITE dell'ipotesi
Spesso le pale dello statore variano in spessore nella loro lunghezza, e flusso risente di ciò con fluttuazioni periodiche della sua velocità

Funzionamento di una macchina motrice (turbina)

Arrivo fluido (c_0, p_0, T_0, h_0) → TURBINA → Uscita fluido (c_2, p_2, T_2, h_2)

$\xrightarrow{0}$ STATORE $\xrightarrow{1}$ ROTORE $\xrightarrow{2}$

$p_1<p_0$
$c_1>c_0$

Nello statore ottengo la trasformazione dell'energia di pressione del fluido in energia cinetica → il fluido viene accelerato e tutta la sua energia è cinetica

Non vi fornitura di lavoro all'esterno, in quanto lo statore è fisso, e serve solo per l'espansione

Il fluido, ad elevata velocità, incontra un sistema di pale che viene accelerato dal fluido che nel frattempo decelera
IL fluido trasferisce la sua energia cinetica al rotore, che viene messo in moto.
Il rotore, ruotando attorno a un albero, trasferisce lavoro meccanico all'asse all'esterno

$c_2<c_1$
$p_1=p_0$

$L=0$ $L = L_{TOT}$

Tra i due comp. vi è uno spazio detto annulus

Insieme di statore + rotore è uno STADIO della turbina

Nella descrizione precedente, il fluido completa tutta la sua espansione nello statore, quindi il lavoro ottenuto all'esterno è frutto solo della perdita di energia cinetica del fluido nel rotore. MA può accadere che il fluido non completi l'espansione nello statore, ma la continui nel rotore le cui pale sono state opportunamente sagomate per far sì che ciò possa avvenire.

↓

In questo caso il lavoro ottenuto all'esterno viene dalla contemporanea perdita di energia cinetica e di pressione che avviene nel rotore.

Definizione GRADO DI REAZIONE

$$R = \frac{\int_{p_1}^{p_2} v\,dp}{\int_{p_0}^{p_2} v\,dp} = \frac{h_1 - h_2}{h_0 - h_2} \rightarrow \frac{\text{Espansione nel rotore}}{\text{Espansione totale}}$$

Primo esempio: $R=0$

Secondo esempio: $0<R<1$

$R=0$ TURBINA AD AZIONE

$0<R<1$ TURBINA A REAZIONE

Osservazione personale

Dalla termodinamica, sappiamo che lavoro turbina è $h_0 - h_2$

$$L = h_0 - h_2 = \int_{p_0}^{p_2} v\,dp$$

e l'energia cinetica? In realtà è inclusa in questo. Infatti l'espansione:

Può essere sfruttata completamente per accelerare il fluido, e poi il fluido fa muovere le pale. In questo caso il lavoro è uguale a:

$$L = \frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} = \int_{p_0}^{p_1} v\,dp$$

E. cinetica ← Espansione

TURBINA AD AZIONE

Può essere sfruttata parzialmente per accelerare il fluido e parzialmente viene convertita direttamente in lavoro all'asse

$L =$ E. cinet. + Espans. parziale $=$ Espansione totale

TURBINA A REAZIONE

In ogni caso il lavoro ottenuto dalla turbina è sempre identificabile con l'espansione del fluido

Questo vale se $c_0 = c_2$ cioè la velocità del fluido iniziale prima della turbina è uguale alla finale

↓

Se $c_0 \neq c_2$ dobbiamo contare anche perdite di energia cinetica, che è, in questo caso, indipendente dalla pressione

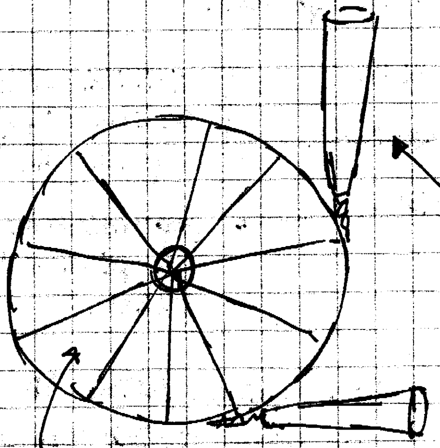
antonioforlenza.altervista.org

Osservazioni

- La trasformazione di energia di pressione in cinetica può avvenire sia nello statore, sia parzialmente nel rotore
- La trasformazione di energia cinetica in lavoro può avvenire SOLO nel rotore (non c'è un ragionamento inverso)

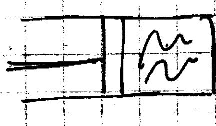
↓

lo statore è un organo fisso e non può fornire lavoro meccanico



Differenza tra macchina dinamica e volumetrica

VOLUMETRICA



Energia di pressione trasformata direttamente in lavoro del pistone

DINAMICA

Energia di pressione trasformata prima in cinetica e poi in lavoro

E PER UNA MACCHINA OPERATRICE?
Percorso inverso...

↓ Inizio

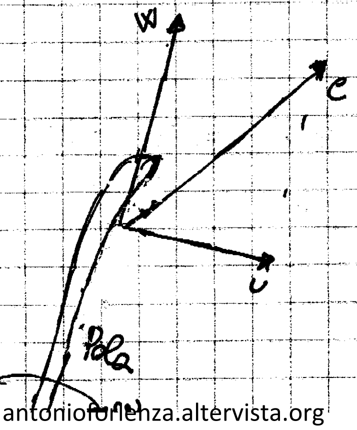
Statore → Diffusore → riceve il fluido ad alta velocità dal girante e lo rallenta trasformando l'energia cinetica in energia di pressione (il fluido aumenta di pressione)

Rotore → Girante → ruota messa in moto dall'esterno (lavoro fornito dall'esterno) che accelera il fluido: trasferisce energia al fluido sotto forma di energia cinetica

Inizio ↑

Per la macchina operatrice vale la stessa definizione del grado di reazione

Componenti velocità fluido



Osservazione: u, w non comp. radiali e tangenziali di c in questo traiettoria relativa non rettilinea e pale non dritte

c: velocità assoluta del fluido

u: velocità di trascinamento del fluido → ortogonale al raggio

=

velocità periferica della ruota in quel punto $(u = r\omega)$

w: velocità relativa tra fluido e macchina → tangente alla traiettoria relativa

Vettorialmente: $\underline{c} = \underline{u} + \underline{w}$

FORMULA DI EULERO

→ Relazione fondamentale per valutare lavoro scambiato tra fluido e rotore (applicazione formule di Newton)

↓

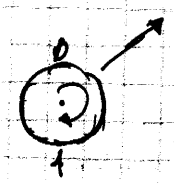
Il lavoro fornito può essere visto attraverso le variazioni della velocità assoluta del fluido: $\underline{c}$ → $\underline{c}$ ha tre componenti

Ⓐ - radiale
Ⓑ - tangenziale
} visibili nella sezione di pag. precedente

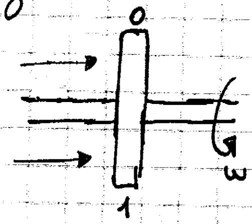
Ⓒ - assiale → perpendicolare al piano della sezione

Contributi dei 3 componenti:

Ⓐ Tende a far inflettere l'albero motore, ma non a far girare il rotore



Ⓒ Tende a spingere indietro il rotore, ma non a farlo girare



Forze generate assorbite dai cuscinetti applicati

N.B. $\underline{c}$ è un vettore 3D che prima è stato rappresentato, proiettato nella sezione 2D

Ⓑ Componente tangenziale UNICA in grado di compiere lavoro sul rotore in quanto i suoi punti di applicazione sono in movimento.

Impulso delle coppie esterne = Variazione del momento della quantità di moto

$$C\Delta t = \Delta(mc \wedge r) = (m c_{1u} r_1 - m c_{2u} r_2)$$

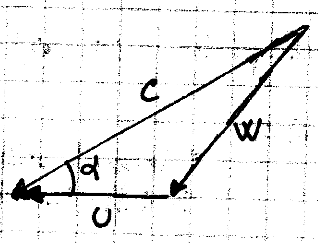
$$c \wedge r = c_u \cdot r$$
↓
comp. tangenziale

$\Delta t = 1 \Rightarrow m = \dot{m}$ Moltiplichiamo tutto per ω $(u = r\omega)$

$$C\omega = \dot{m}(c_{1u} u_1 - c_{2u} u_2)$$

$$P = \dot{m} L \qquad \boxed{L = c_{1u} u_1 - c_{2u} u_2} \quad \text{EQUAZIONE DI EULERO}$$

Consideriamo le velocità



u non è la componente tangenziale di c (come detto prima) ma è la direzione tangenziale

Thm di Carnot:

$$w^2 = c^2 + u^2 - 2uc\cos\alpha = c^2 + u^2 - 2uc_u$$

$$c_u u = \frac{c^2}{2} + \frac{u^2}{2} - \frac{w^2}{2}$$

Sostituendo nell'equazione di Eulero:

$$L = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

Equazione vale sia per macchine motrici che operatrici

Considerazioni su ottimizzazione

MOTRICE ($L>0$)

- flusso centripeto ($u_1 > u_2$)
- c_1 elevata; fluido deve essere accelerato prima di entrare nel rotore
- c_2 limitata; + è bassa, + significa che il fluido ha ceduto energia cinetica (ma non nulla x stesso motivo c_1 compressore)

OPERATRICE ($L<0$)

- flusso centrifugo ($u_1 < u_2$)
- c_1 limitata (ma non nulla, altrimenti compressore non riuscirebbe ad elaborare la portata)
- c_2 elevata, in questo modo abbiamo fornito, all'uscita della girante, una grande quantità di energia cinetica al fluido. In questo modo nel diffusore possiamo ottenere molta energia di pressione

Non possiamo ottimizzare w, xk è combinazione di c ed u

Analisi Trasformazioni

$$L_{TOT} = (h_0 - h_2) + \left(\frac{c_0^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}\right)$$

$$L_{TOT} = L_{02}$$

Formula generalizzata del lavoro, che tiene conto, delle variazioni di velocità del fluido nell'impianto in generale

$$L_{01} = (h_0 - h_1) + \left(\frac{c_0^2}{2} - \frac{c_1^2}{2}\right) = \underset{\text{statore}}{0}$$

$$L_{12} = (h_1 - h_2) + \left(\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}\right)$$

Dalle formule fisiche

$h_0 - h_1$ rappresenta la variazione di contenuto energetico di pressione

$$h_0 - h_1 = \int_{p_0}^{p_1} v\,dp$$

Da Eulero: $$L_{12} = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

Combinando le ultime due formule per L_{12} ottengo: $$h_1 - h_2 = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

Inoltre: $$L_{02} = L_{01} + L_{12} = L_{12} = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

Combinando le due formule per L_{02} ottengo: $$h_0 - h_2 = \frac{c_1^2 - c_0^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

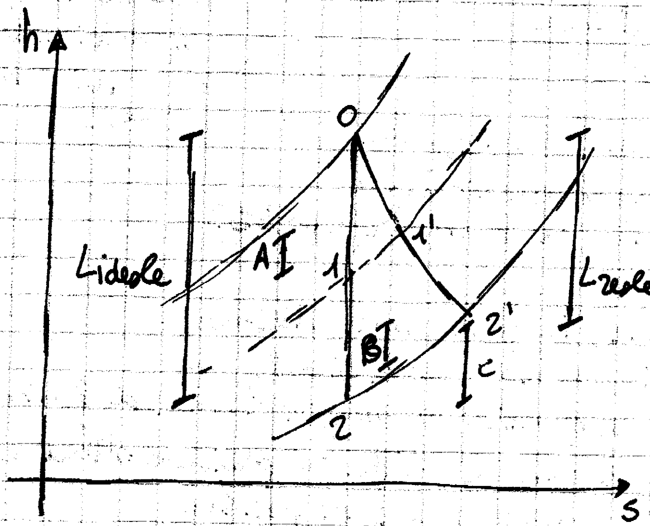
[Per combinare, basta metterle a sistema e ricavare la quantità $h_0 - h_2$, $h_1 - h_2$]

In base all'equazione di Eulero, possiamo riscrivere il grado di reazione:

$$R = \frac{h_1 - h_2}{h_0 - h_2} = \frac{\frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}}{\frac{c_1^2 - c_0^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}}$$

grado di reazione dipende soltanto dalle componenti cinetiche in 0, 1, 2

Analisi grafica delle perdite



012 Trasformazione ideale (isoentropica)

0'2' trasformazione reale ($\Delta s > 0$)

$L_{ideale} - L_{reale} = e =$ perdite dello stadio di turbina

A = perdite nello statore

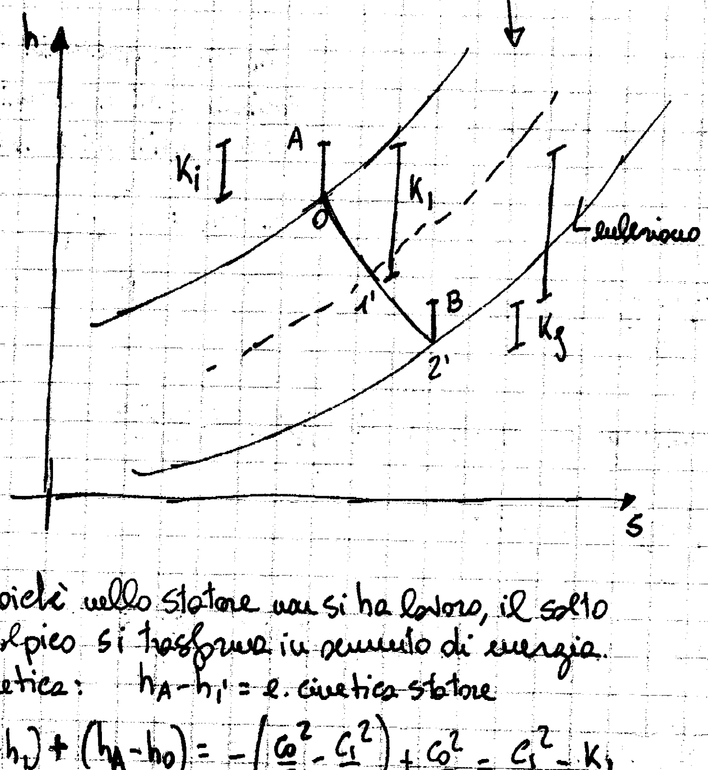
B = perdite nel rotore

MA $A + B > e$ perché?

Le perdite nel fluido (lavoro di attrito) generano calore che contribuisce con una piccola aliquota ad aumentare lavoro di espansione ← Lavoro di recupero

Oss. turbina a reazione, xk salto entalpico parzialmente smaltito nel rotore

Analisi grafica energie cinetiche e lavoro euleriano



h_0 = contenuto entalpico iniziale

K_i = energia cinetica iniziale $= \frac{c_0^2}{2}$

h_A = contenuto energetico iniziale $= h_0 + K_i = h_0 + \frac{c_0^2}{2}$

$h_{2'}$ = contenuto entalpico finale

K_g = energia cinetica finale $= \frac{c_2^2}{2}$

$h_B = h_{2'} + K_g$ = contenuto energetico finale $= h_{2'} + \frac{c_2^2}{2}$

Poiché nello statore non si ha lavoro, il salto entalpico si trasforma in aumento di energia cinetica: $h_A - h_{1'}$ = e. cinetica statore

$$(h_0 - h_1) + (h_A - h_0) = -\left(\frac{c_0^2}{2} - \frac{c_1^2}{2}\right) + \frac{c_0^2}{2} = \frac{c_1^2}{2} = K_1$$

$h_A - h_{1'}$

$$L_{eul} = (h_0 - h_2) + \left(\frac{c_0^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}\right) = \left(h_0 + \frac{c_0^2}{2}\right) - \left(h_2 + \frac{c_2^2}{2}\right) = h_A - h_B$$

vedi pag. prima

vedi pag. prima ...

Rendimento di palettatura

Rapporto tra lavoro Euleriano ottenuto e max lavoro ottenibile

$$\eta_p = \frac{L}{L_{MAX}} = \frac{L_{euleriano}}{(h_0-h_2)_{is} + \frac{c_0^2}{2}}$$

↳ L_{MAX} si ottiene quando:
- trasf. isoentropica $(h_0-h_2)_{is}$
- e. cinetica finale nulla
  (tutta l'e. cinetica è stata trasf. in lavoro)

$$\left[(h_0-h_2) + \left(\frac{c_0^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}\right)\right]_{IDEALE} = (h_0-h_2)_{is} + \frac{c_0^2}{2}$$

$c_2 = 0$ x discorso ottimizzazione

Analisi di un caso ideale:
TURBINA ASSIALE AD AZIONE

Hp: Macchina a flusso assiale $u_1 = u_2 = u$
Macchina ad azione $R = 0$
funzionamento ideale, senza perdite fluidodinamiche e di attrito
Approssimazione: $c_2 \simeq c_0$

Analizziamo il grado di reazione R:

$$R = \frac{\cancel{\frac{u_1^2-u_2^2}{2}} - \frac{w_1^2-w_2^2}{2}}{\frac{c_1^2-c_0^2}{2} + \cancel{\frac{u_1^2-u_2^2}{2}} - \frac{w_1^2-w_2^2}{2}} = 0 \Rightarrow |w_1| = |w_2|$$

Il lavoro euleriano può essere espresso

$$L_{eul} = \cancel{\frac{u_1^2-u_2^2}{2}} + \frac{c_1^2-c_2^2}{2} - \cancel{\frac{w_1^2-w_2^2}{2}} = \frac{c_1^2-c_2^2}{2}$$

Poiché tutto il salto entalpico è svolto nello statore, abbiamo che $h_1 = h_2$

hp idealità

$$L'_{MAX} = (h_0-h_2)_{is} + \frac{c_0^2}{2} = (h_0-h_2) + \frac{c_0^2}{2} = L - \left(\frac{c_0^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}\right) + \frac{c_0^2}{2} = \frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} + \frac{c_2^2}{2} = \frac{c_1^2}{2}$$

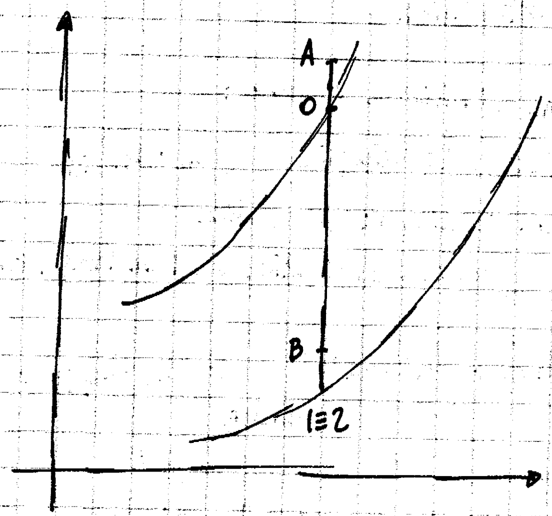
$$L = (h_0-h_2) + \left(\frac{c_0^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}\right)$$

eq. energia
(vedi 2 pag. prima)

$$\Downarrow$$

$$\eta_p = \frac{L}{L_{MAX}} = \frac{c_1^2-c_2^2}{c_1^2} = 1 - \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2$$

Analisi grafica



$L_{MAX} = h_A - h_2$

$L_{eul} = h_A - h_B$

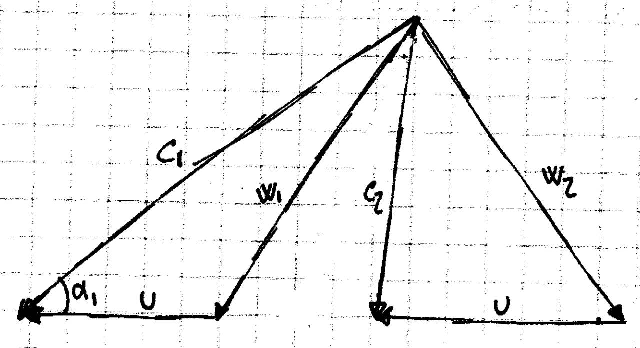
Perdite $= L_{MAX} - L_{eul} = h_B - h_2$

$\parallel$

energia cinetica all'uscita del rotore $= \dfrac{c_2^2}{2}$

Uniche perdite possibili energie cinetiche allo scarico

Analisi triangolo di velocità



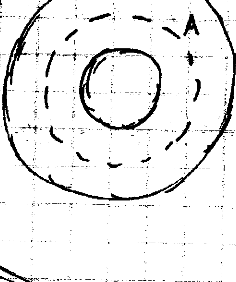
NOTA

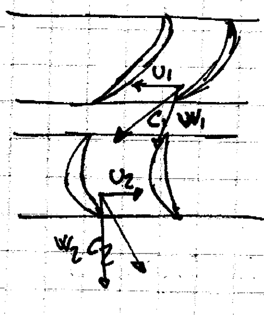
Introduzione: Che cos'è il triangolo di velocità?

È una rappresentazione compatta di tutte le componenti della velocità presenti alle sezioni 1 e 2.

↳ Vengono disegnati c_1 e c_2, con la stessa origine, e poi si aggiungono le scomposizioni u_1 w_1 u_2 w_2

I due triangoli, uniti nel vertice si possono ottenere con una sezione circonferenziale





Questi due triangoli vengono uniti x l'origine delle $\underline{c}$

Osservazione: è chiaro che l'altezza dei triangoli rappresenta la componente assiale di c, che si può assumere approssimativamente costante

Particolarizzando i triangoli di velocità in questo caso

$u_1 = u_2 = u$

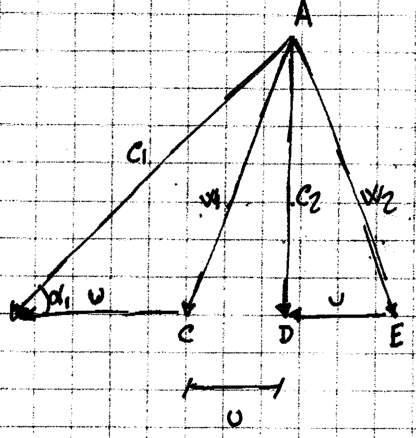
$|w_1| = |w_2|$

otteniamo il triangolo sopra

Per ottimizzare il rendimento è necessario ridurre c_2, MA $c_2 = 0$ non è possibile perché il fluido si fermerebbe

↳ Dal triangolo notiamo che c_2 minimo si ottiene quando è proprio l'altezza del triangolo, cioè ha una componente solo assiale

Nel caso in cui c_2 sia proprio l'altezza (configurazione ottimale), si crea un triangolo rettangolo:



ACD e ADE sono triangoli uguali, quindi $CD = u$

Il triangolo ABD è rettangolo:

$$\frac{c_2}{c_1} = \operatorname{sen} \alpha_1 \implies$$ Possiamo riscrivere il rendimento di palettatura:

$$\eta_p = 1 - \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 = 1 - \operatorname{sen}^2\alpha_1 = \cos^2\alpha_1$$

Possiamo definire il rapporto caratteristico $\frac{u}{c_1}$ e analizzarlo:

$$\frac{u}{c_1} = \frac{\cos\alpha_1}{2} \implies L = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} = \frac{c_1^2 - (c_1 \operatorname{sen}\alpha_1)^2}{2} =$$

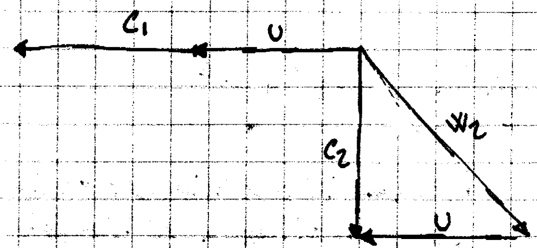
$$= \frac{c_1^2 (1 - \operatorname{sen}^2\alpha_1)}{2} = \frac{(2u)^2}{\cos^2\alpha_1} \frac{\cos^2\alpha_1}{2} = 2u^2$$

Massimizzazione:

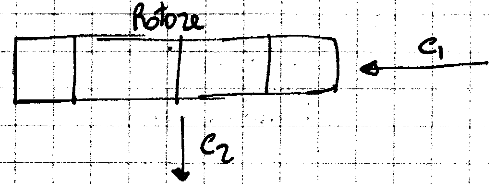
$\eta_p = \cos^2\alpha_1$. Il max si ottiene per $\alpha_1 = 0$ $\left(\implies \frac{u}{c_1} = 0{,}5\right)$

$\eta_p = 1$

Per $\alpha_1 = 0$ il triangolo si trasforma:



c_1 non ha più alcuna componente assiale, quindi il fluido arriverebbe tangenzialmente al rotore e uscirebbe assialmente (c_2)



Poiché la turbina è assiale (e tale funzionerà) la portata sarebbe nulla

Inoltre in queste condizioni palette devono essere molto grandi x sopportare carico

$\implies$

NON SI RAGGIUNGE MAI $\alpha_1 = 0$, ma di solito si ottengono $\alpha_1 \in [10°, 15°]$

Analisi caso ideale
TURBINA CON $R=0,5$

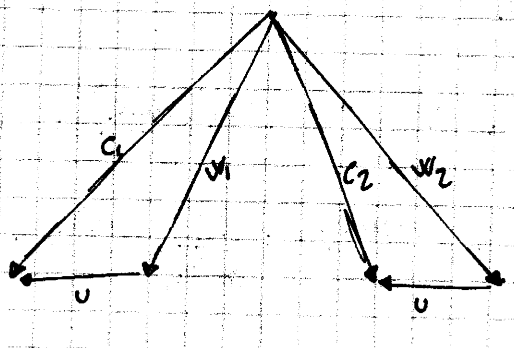
(Turbina assiale $\Rightarrow u_1=u_2=u$)

Affinché $R=0,5$ dobbiamo avere che $|w_1|=|c_2|$ $|w_2|=|c_1|$

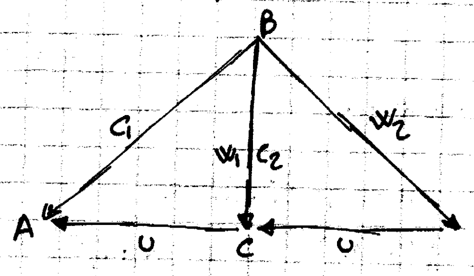
Infatti:

$$R=\frac{\cancel{\frac{u_1^2-u_2^2}{2}}-\frac{w_1^2-w_2^2}{2}}{\frac{c_1^2-c_2^2}{2}+\cancel{\frac{u_1^2-u_2^2}{2}}-\frac{w_1^2-w_2^2}{2}}=\frac{\frac{-(w_1^2-w_2^2)}{2}}{\frac{w_2^2-w_1^2}{2}-\frac{w_1^2-w_2^2}{2}}=0,5$$

Il triangolo di velocità è:



Come prima, le condizioni di idealità si ottengono con c_2 che ha solo componente assiale



$|w_1|=|c_2|$ perciò w_1 deve coincidere con c_2

È un triangolo isoscele

Calcoliamo lavoro e rendimento:

$$L=\frac{c_1^2-c_2^2}{2}+\cancel{\frac{u_1^2-u_2^2}{2}}-\frac{w_1^2-w_2^2}{2}=\frac{c_1^2-c_2^2}{2}-\frac{c_2^2-c_1^2}{2}=c_1^2-c_2^2=u^2$$

$u_1=u_2=u$
(Turbina assiale)

$|w_1|=|c_2|$...

Dall'Analisi del triangolo notiamo che applicando Pitagora al triangolo ABC abbiamo $c_1^2-c_2^2=u^2$

Con lo stesso procedimento di prima L_{MAX} è:

$$L_{MAX}=(h_0-h_2)+\frac{c_0^2}{2}=L-\frac{(c_0^2-c_2^2)}{2}+\frac{c_0^2}{2}=u^2+\frac{c_2^2}{2}$$

Il rendimento quindi è:

$$\eta_P=\frac{L}{L_{MAX}}=\frac{u^2}{u^2+\frac{c_2^2}{2}}=\frac{c_1^2\cos^2\alpha_1}{c_1^2\cos^2\alpha_1+\frac{c_1^2\sin^2\alpha_1}{2}}=2\,\frac{\cos^2\alpha_1}{1+\cos^2\alpha_1}$$

Dalle relazioni trigonometriche sul triangolo...

Definiamo coefficiente di perdita rotorica ψ: $\psi = \frac{w_2}{w_{2'}} = \sqrt{\frac{\Delta h_r^*}{\Delta h_i^*}}$

Sapendo che possiamo esprimere le perdite come: $\Delta h_{perd} = \Delta h_i^* - \Delta h_r^* \; (= \Delta h_i - \Delta h_r)$ → i $\frac{w_1^2}{2}$ si semplificano nella sottrazione

$$\Delta h_{perd} = \Delta h_i^* (1 - \psi^2)$$

Comportamenti al variare di R

(A) Condizioni — Scarico assiale
A parità di — $(h_0 - h_2)$ e c_0
Hp — Assenza perdite

Al crescere di R aumenta u e w_2 e si riducono c_1 e c_2

(B) Condizioni — Scarico assiale
A parità di — $(h_0 - h_2)$ e c_0
Hp — Perdite vengono considerate

U non può essere troppo grande per problemi meccanici e fluidodinamici

Confronto tra $\varphi = \psi = 1$ e $\psi = \varphi = 0{,}9$

- per $R = 0$ o $R > 0{,}5$ perdite di velocità c_1 e w_2
- $R = 0{,}5$ presenta il max rendimento ottenuto con u non troppo grande

(C) Confronto tra condizioni di scarico assiale e max rendimento

per $R = 0{,}5$ coincidono
per $R \neq 0{,}5$ non coincidono (per $R >> 0{,}5$ divergono)

Turbine a salti di velocità

Funzionamento: Espansione viene completata tutta nello statore $(R=0)$

↓

Fluido entra nel 1° rotore fornendo energia

↓

Fluido entra in 2° rotore controrotante (fornendo energia)

SALTO DI VELOCITA'

↓

...

fin quando la componente tangenziale non diventa nulla o trascurabile

z = n° salti velocità

Osservazione

Lavoro dell'ultimo rotore è $\frac{1}{z^2}$ del lavoro totale (contributi calano quadraticamente)

Scelta del tipo di turbina

ALTA PRESSIONE ⟶ Turbina ad azione

+

- rapido smaltimento del salto entalpico (tutto nello statore)
- Minimizzazione stress termodinamico
- Si può attuare parzializzazione potenza

−

- rendimento basso
- Necessita struttura robusta

MEDIA E BASSA PRESSIONE ⟶ Turbina a reazione

+

- Massimo rendimento
- Struttura meno robusta

−

- Servono molti stadi
- Non è possibile parzializzazione del flusso

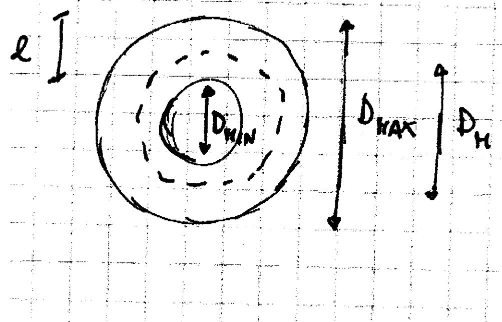
Smaltimento della portata

↳ Per aumentare potenza turbina, è necessario aumentare portata massica ($\dot{m} = A c_{2a} \rho$)

3 FATTORI

- A ⟶ È l'unico fattore che possiamo variare liberamente
- c_{2a}: Aumentare c_{2a} riduce η_p
- ρ: Aumentare densità riduce salto entalpico e η del ciclo limite

A (sezione di passaggio) può essere approssimata come:



D_M = diametro medio

l = altezza palettatura

$$A = \pi D_M l = \pi D_M^2 \frac{l}{D_M}$$